

**ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC**

Đào Xuân Tuấn

**PHƯƠNG PHÁP SỐ GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN
TUYẾN TÍNH VÀ PHI TUYẾN CẤP HAI**

Chuyên ngành: TOÁN ỨNG DỤNG

Mã số: 60 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2015

**ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC**

Đào Xuân Tuấn

**PHƯƠNG PHÁP SỐ GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN
TUYẾN TÍNH VÀ PHI TUYẾN CẤP HAI**

Chuyên ngành: TOÁN ỨNG DỤNG

Mã số: 60 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

TS. VŨ VINH QUANG

Thái Nguyên - 2015

MỤC LỤC

MỤC LỤC.....	i
LỜI CẢM ƠN	iv
DANH SÁCH CÁC KÍ HIỆU.....	v
DANH SÁCH HÌNH VẼ	vi
DANH SÁCH BẢNG.....	vii
MỞ ĐẦU.....	1
Chương 1: MỘT SỐ KIẾN THỨC CƠ BẢN VỀ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN	3
1.1 Phương trình vi phân cấp một	3
1.1.1 Bài toán Cauchy và định lí tồn tại duy nhất nghiệm	3
1.1.2 Một số phương pháp tìm nghiệm giải tích	4
1.2 Phương trình vi phân cấp hai	12
1.2.1 Định lí tồn tại duy nhất nghiệm.....	12
1.2.2 Một số phương pháp tìm nghiệm giải tích.....	13
1.2.2.1 Phương trình khuyết.....	13
1.2.2.2 Phương trình tuyến tính cấp hai	14
1.2.2.3 Phương trình vi phân tuyến tính thuần nhất.....	14
1.2.2.4 Phương pháp biến thiên hằng số.....	17
1.3 Phương trình vi phân cấp cao.....	19
1.3.1 Định lí tồn tại và duy nhất nghiệm	19
1.3.2 Các phương trình giải được bằng cầu phương	20
1.3.3 Tích phân trung gian – phương trình hạ cấp được	23
1.3.3.1 Tích phân trung gian	23

1.3.3.2 Các trường hợp phương trình hạ cấp được nhờ tích phân trung gian	24
1.3.3.3 Phương trình thuần nhất đối với hàm và đạo hàm	24
1.3.3.4 Phương trình mà vế trái là đạo hàm đúng	25
Chương 2: MỘT SỐ THUẬT TOÁN GIẢI SỐ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN TUYẾN TÍNH VÀ PHI TUYẾN	26
2.1 Phương pháp sai phân	26
2.1.1 Lưới sai phân	26
2.1.2 Hàm lưới	27
2.1.3 Đạo hàm lưới	27
2.1.4 Quy ước viết vô cùng bé	27
2.1.5 Công thức Taylor	28
2.1.6 Liên hệ giữa đạo hàm và hàm lưới	28
2.2 Một số phương pháp giải số phương trình vi phân cấp một	30
2.2.1 Thuật toán Euler	30
2.2.2 Phương pháp Crank_Nicolson	33
2.2.3 Thuật toán RK4	34
2.2.4 Phương pháp đa bước Adams	35
2.2.5 Phương pháp Euler_Cauchy	37
2.3 Một số phương pháp số giải bài toán vi phân cấp hai	37
2.3.1 Thuật toán truy đuổi 3 đường chéo	37
2.3.2 Phương trình vi phân tuyến tính cấp hai với hệ điều kiện biên	40
2.3.3 Phương trình vi phân phi tuyến cấp hai tổng quát với hệ điều kiện đầu	42
2.3.3.1 Sơ đồ sai phân dạng Runge_Kutta	42
2.3.3.2 Sơ đồ sai phân Nyström	44

Chương 3: MỘT SỐ KẾT QUẢ THỰC NGHIỆM	49
3.1 Các kết quả thực nghiệm đối với phương trình cấp một	49
3.1.1 Thuật toán Euler 1	49
3.1.2 Thuật toán Euler 2	51
3.1.3 Thuật toán Euler_Cauchy.....	52
3.1.4 Thuật toán RK_4	53
3.2 Các kết quả thực nghiệm đối với phương trình cấp hai.....	55
3.2.1 Phương trình vi phân tuyến tính cấp hai với hệ điều kiện biên	55
3.2.2 Phương trình vi phân tuyến tính cấp hai với hệ điều kiện đầu	58
KẾT LUẬN	63
TÀI LIỆU THAM KHẢO.....	64
Phụ lục: MỘT SỐ CHƯƠNG TRÌNH NGUỒN.....	65

LỜI CẢM ƠN

Luận văn này được thực hiện và hoàn thành với sự hướng dẫn, chỉ bảo tận tình của TS. Vũ Vinh Quang – Trường Đại học công nghệ thông tin và truyền thông – Đại học Thái Nguyên. Tôi xin được bày tỏ lòng kính trọng và biết ơn sâu sắc đến Thầy.

Tôi xin trân trọng gửi tới các Thầy giáo, Cô giáo thuộc khoa Toán – Tin, phòng Đào tạo – Trường Đại học khoa học – Đại học Thái Nguyên cũng như các Thầy, Cô giáo đã tham gia giảng dạy khóa cao học 2013 – 2015 lời cảm ơn sâu sắc nhất.

Tôi xin cảm ơn Sở giáo dục và đào tạo tỉnh Quảng Ninh, Ban giám hiệu, các đồng nghiệp Trường THPT Đông Triều – Quảng Ninh, gia đình, bạn bè,... đã tạo điều kiện giúp đỡ, động viên, cổ vũ để tôi hoàn thành nhiệm vụ của mình.

Thái Nguyên, ngày 04 tháng 04 năm 2015

Đào Xuân Tuấn

Học viên cao học lớp: Toán A

Khóa: 06/2013 – 06/2015

Chuyên ngành: Toán ứng dụng

Trường ĐH khoa học – ĐH Thái Nguyên

DANH SÁCH CÁC KÍ HIỆU

Trong luận văn này có sử dụng một số kí hiệu sau:

$W(y_1, y_2)$: Định thức Wronsky của y_1, y_2

$\Phi_1(x)$: Là một nguyên hàm của $\varphi_1(x)$.

$\Phi_2(x)$: Là một nguyên hàm của $\varphi_2(x)$.

Ω_h : Là một lưới sai phân trên $[x_0, X]$.

x_i : Là một nút của lưới.

$O(h^\alpha)$: Độ chính xác trong sai số tính toán

h : Là bước đi của lưới.

$u_i = u(x_i), i = 0, 1, \dots, n$: Hàm lưới.

$u^*(x)$: Nghiệm đúng.

DANH SÁCH HÌNH VẼ

Hình 3.1: Đồ thị nghiệm xấp xỉ theo thuật toán RK_4

Hình 3.2: Đồ thị nghiệm xấp xỉ theo thuật toán khử lặp

Hình 3.3: Đồ thị nghiệm xấp xỉ theo thuật toán Nyström dạng 1

Hình 3.4: Đồ thị nghiệm xấp xỉ theo thuật toán Nyström dạng 2

DANH SÁCH BẢNG

Bảng 2.1: Nyström bậc 4

Bảng 2.2: Phương pháp cho $y'' = f(x, y)$, Nyström bậc 4

Bảng 2.3: Phương pháp cho $y'' = f(x, y)$, Nyström bậc 5

Bảng 3.1: Sai số phương pháp ứng với hàm nghiệm đúng

Bảng 3.2: Sai số phương pháp *Euler_2* ứng với hàm nghiệm đúng

Bảng 3.3: Sai số phương pháp *Euler_Cauchy* ứng với hàm nghiệm đúng

Bảng 3.4: Sai số phương pháp *RK_4* ứng với hàm nghiệm đúng

Bảng 3.5: Sai số phương pháp khử lặp ứng với hàm nghiệm đúng

Bảng 3.6: Sai số phương pháp Nyström dạng 1 ứng với hàm nghiệm đúng

Bảng 3.7: Sai số phương pháp Nyström dạng 2 ứng với hàm nghiệm đúng

MỞ ĐẦU

Phương trình vi phân dạng tuyến tính và phi tuyến tính là một lớp phương trình cơ bản trong lý thuyết phương trình vi phân có ứng dụng quan trọng đối với các bài toán thực tế đặc biệt là lý thuyết điều khiển ổn định. Về mặt lý thuyết tổng quát của lớp phương trình này đã được các nhà toán học nghiên cứu từ rất lâu. Tuy nhiên vấn đề tìm nghiệm giải tích của các phương trình này chỉ thực hiện được đối với các phương trình dạng đặc biệt còn chủ yếu là phải xác định nghiệm xấp xỉ qua các phương pháp gần đúng. Chính vì vậy việc nghiên cứu lý thuyết về các phương pháp gần đúng và xây dựng các chương trình trên máy tính điện tử tìm nghiệm số của các lớp phương trình trên và có ý nghĩa về mặt khoa học, mang tính ứng dụng cao.

Mục tiêu nghiên cứu chính của luận văn là tìm hiểu về phương pháp sai phân đưa các phương trình vi phân tuyến tính và phi tuyến với các hệ điều kiện ban đầu khác nhau về các hệ phương trình sai phân đồng thời nghiên cứu một số các thuật toán giải đúng và gần đúng các hệ phương trình sai phân để xác định nghiệm xấp xỉ của các phương trình vi phân, trên cơ sở đó tiến hành xây dựng hệ thống hàm mẫu mô tả các thuật toán bằng ngôn ngữ máy tính, thử nghiệm tính chính xác của các chương trình trên các ví dụ cụ thể.

Cấu trúc của luận văn gồm 3 chương với những nội dung như sau:

Chương 1: Luận văn trình bày một số kiến thức cơ bản về phương trình vi phân, một số phương pháp tìm nghiệm giải tích đối với lớp các phương trình cấp một và cấp cao. Đây là các kiến thức cơ bản làm nền tảng để nghiên cứu các nội dung trong các chương tiếp sau của luận văn.

Chương 2: Trên cơ sở của phương pháp sai phân, luận văn trình bày một số kết quả nghiên cứu cơ bản về mặt lý thuyết các thuật toán giải số các phương trình vi phân cấp một với điều kiện ban đầu và phương trình vi phân cấp hai với hệ điều kiện biên. Trên cơ sở đó nghiên cứu thuật toán giải số các phương trình vi phân cấp hai. Các kết quả lý thuyết chính là nền tảng để xây dựng các thuật toán giải số các phương trình vi phân trong chương 3 của luận văn.